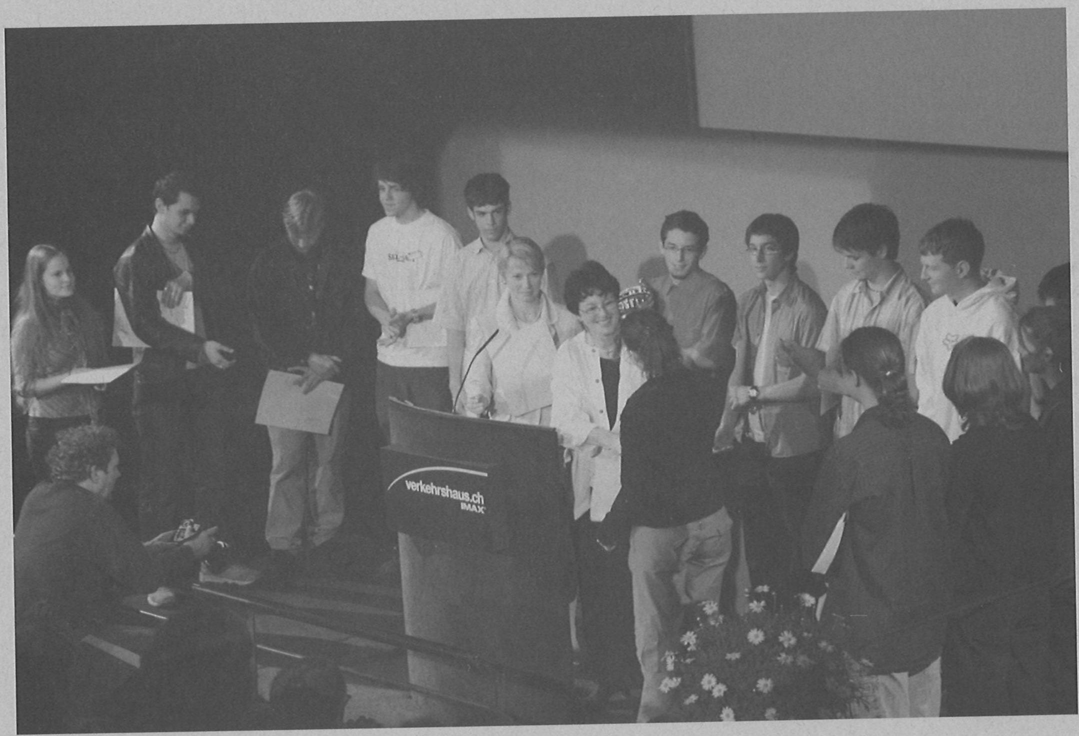
Bulletin

Oktober 2005 – Octobre 2005

N° 99



VSMP – SSPMP – SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik– und Physiklehrer
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

In dieser Nummer – *Dans ce numéro*

Kurse

Internet-Adressen – Adresses Internet

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch

Titelseite

Prämierungsfeier am 24. April 2005 im Verkehrsmuseum Luzern. Die preisgekrönten Arbeiten werden mit den Prädikaten GUT, SEHR GUT und HERVORRAGEND durch eine Fachjury ausgezeichnet. Die Präsidentin von Schweizer Jugend forscht, Frau Maya Lalive De-pinay und die Geschäftsführerin, Frau Renate Christen, gratulieren den Preisträgern 2005.

SCHWEIZER JUGEND FORSCHT
LA SCIENCE APPELLE LES JEUNES
SCIENZA E GIOVENTU
SCIENZA E GIUVENTETGNA

40 Jahre Nationaler Wettbewerb ‚Schweizer Jugend forscht'

Die Schweiz sucht Talente – Die Schweiz braucht Talente

Der Wissens- und Werkplatz Schweiz ist heute und in Zukunft vermehrt auf Talente angewiesen. Und die Schweiz hat Talente, das ist keine Frage: An jedem nationalen Wettbewerb der Stiftung *Schweizer Jugend forscht* zeigen sich neue. Nun startet der 40. Jubiläumswettbewerb. Ist auch eine Schülerin, ein Schüler, ein Talent aus Ihrem Umfeld dabei? Schön wär's.

Freude am Wissen ist Freude am Tun

Alle Menschen", so beginnt Aristoteles' in seiner Metaphysik, „streben von Natur aus nach Wissen, und tun das aus der Freude an der sinnlichen Wahrnehmung."

Neugier und Wissenslust sind unsere Antriebskräfte: die Lust zu hören, zu fühlen, zu riechen, zu schmecken, zu sehen, zu begreifen, zu verstehen, zu basteln, zu forschen und zu konstruieren stehen am Anfang von sinnvollen Tätigkeiten. Oft entstehen daraus neue Erfindungen und Theorien, die für unser Wohlbefinden, unsere Gesellschaft und unser Land entscheidend sind.

Diese Erfahrung hat auch der bekannte Basler Zoologe Professor Adolf Portmann während seiner Schulzeit in Basel gemacht: und zwar bei biologischen und zeichnerischen Erkundungszügen durch die Auen- und Wiesenlandschaft am Rhein. Die in der Jugend gesammelten Eindrücke waren entscheiden für seine spätere Laufbahn zum weltbekannten Biologen und zoologischen Forscher. Um die umfassende Bedeutung dieser Antriebskräfte wissend organisierte er deshalb 1967 den ersten nationalen Wettbewerb *Schweizer Jugend forscht.* Im Jahre 1970 gründete er die gleichnamige Stiftung.

Arm an Naturschätzen, reich an 'grauen Hirnzellen'

Die Schweiz ist bekanntlich arm an Rohstoffen und Naturschätzen. Trotzdem (oder vielleicht gerade deshalb) hat sie sich im letzten Jahrhundert zu einem der reichsten Länder der Welt entwickelt.

Dieser Aufschwung war aber wohl zu einem guten Teil auch dem effizienten Gebrauch der einzigen 'Naturressource' zu verdanken, über die die Schweiz (ausser der Wasserkraft) verfügt, nämlich den sprichwörtlichen 'grauen Hirnzellen' ihrer Bewohner. Fleiss, Neugierde, Erfindungsreichtum, Wissensdrang, Entdeckungslust, Innovationsfreude: Mit solchen und ähnlichen Vokabeln lassen sich die Potenziale des Rohstoffs 'Hirnzelle' approximativ umschreiben. Damit diese Potenziale aber nicht brachliegen oder durch mangelnden Gebrauch wieder verkümmern, müssen sie erkannt und erschlossen, müssen sorgsam gepflegt, veredelt und ans Tageslicht gefördert werden. Von alleine geschieht hier wenig bis gar nichts. Vor allem die Kreativität, Begabung und Leistungskraft der jungen Generation ist es, welche sich für die Zukunft unseres Landes beziehungsweise die Sicherung unseres (hohen) Lebensstandards als ganz entscheidend erweisen wird.

Wettbewerb als Motor der Innovation

Es wird heute oft in warnendem Ton beklagt, wir lebten in einer 'saturierten' Gesellschaft, der jahrzehntelange Wohlstand habe uns verwöhnt, selbstzufrieden und träge gemacht, unser Hauptziel bestehe mittlerweile darin, an diesem sehr bequemen Status quo festzuhalten und ja nichts Neues zu wagen. Der erreichte Wohlstand wird als selbstverständlich betrachtet. Nur ist er eben bald schon nicht mehr selbstverständlich. Innovation ist nicht ohne Risiko zu haben: Wir müssen etwas wagen, um etwas zu gewinnen.

Dass es aber diese wagemutigen Kräfte gibt, beweisen bereits heute vor allem jene talentierten jungen Menschen, die sich mit viel Herzblut, Wissbegierde und Leistungsbereitschaft im Rahmen des Nationalen Wettbewerbs mit einer grossen Arbeit engagieren.

Die hohe Leistungsbereitschaft in einem wichtigen Segment unserer Jugend gilt es durch die Schulen zu erkennen, heraus zu fordern. Das Talent und das 'Feuer' dieser jungen Leute wird in Zukunft die Innovationskraft unseres Landes prägen – aber nur sofern es genutzt und gefördert wird!

Die Vielfalt an Themen an der Prämierungsfeier 2005 im Verkehrsmuseum Luzern ist beeindruckend: Rahel Seraina Schreich von der Scuola primara in La Punt präsentiert ihre Arbeit ‚Süllas passidas da l'emigraziun jaura dal 18 avel tschientiner fin a la prüma guerra mundiala' (Auf den Spuren der Münstertaler Auswanderer vom 18. Jahrhundert bis zum 1. Weltkrieg) . Ihr Arbeit wurde mit dem Prädikat ‚HERVORRAGEND' ausgezeichnet.

Die Schwachen stärken, ohne die Starken zu schwächen

Wenn man sich anschaut, wieviel Geld der Staat in die soziale Integration der Schwächeren ausgibt, so wird uns ein krasse Ungleichgewicht zu der Talentförderung bewusst: in Zürich allein sind im Jahre 2003 400 Millionen Franken für sonderpädagogische Massnahmen ausgegeben worden, sechs von zehn Schüler sind mit diesen vielfältigen Dienstleistungen 'behandelt' worden. Um keine Missverständnisse aufkommen zu lassen: Es ist grundsätzlich positiv zu werten, wenn man jene zahlreichen jungen Menschen, die Mühe bekunden, sich in unserer anspruchsvollen Ausbildungs- und Berufswelt zu bewähren, tatkräftig und grosszügig unterstützt, um ihre Chancen auf dem Arbeitsmarkt intakt zu halten. Auf der andern Seite muss man sich aber auch bewusst sein, dass im Vergleich dazu die staatlichen Investitionen in die Begabtenförderung auf der Sekundarschulstufe II praktisch inexistent sind.

Wenn man sich nun aber die Tatsache vor Augen führt, dass es vor allem die begabten Jugendlichen sind, die in Zukunft vermittels ihrer Innovationskraft, auch ihres Engagements den Wohlstand (und hohen Lebensstandard) der Schweiz sichern müssen, wird einem diese Diskrepanz schmerzlich bewusst. Die Stiftung 'Schweizer Jugend forscht', deren Jahresbudget von 780'000 Franken zu 80 Prozent von Privaten finanziert wird, hat dies erkannt:

Sie fördert gerade die begabten jungen Menschen, indem sie deren Freude am Forschen und Entdecken, die Lust auch am Wettbewerb, am kreativen Messen der Kräfte, ganz besonders berücksichtigt. Und sie will die diesbezüglichen Aktivitäten in Zukunft noch weiter ausbauen. Denn nur dank einer erfolgreichen Forschung mitsamt den aus ihr fliessenden technologischen Neuerungen wird letztlich jene hohe Wertschöpfung generiert, die für die Aufrechterhaltung unseres Wohlstands unabdingbar ist. Dazu ist unser Land auf die volle Unterstützung der Lehrerschaft angewiesen!

Barrieren weg, Vorbilder her

Wichtig ist dabei aber nicht unbedingt die aktive staatliche Förderung der Begabten und Leistungswilligen, sondern das Wegräumen der Barrieren, das heisst eine Haltung des möglichst unbürokratischen Ermöglichens, die Beseitigung der Verhinderungs'kultur'. Heute, im Einstein-Jahr -, mangelt es auch gar nicht so sehr an guten Schulen und valablen Ausbildungsgängen, sondern vielmehr an natürlichen Vorbildern. Wenn man als älterer Mensch auf sein Leben zurückblickt und sich fragt, was einem ganz zentral geprägt habe, so ist das oft doch kaum die Schule oder das Studium an sich gewesen, sondern viel eher das leuchtende persönliche Vorbild eines einzelnen Menschen oder Lehrers, das einen inspiriert oder motiviert habe, einen bestimmten Weg einzuschlagen und mit Begeisterung dranzubleiben. Da sind Sie als Lehrer auf einer ganzheitlichen Ebene gefordert.

Jung und innovativ

Am nationalen Wettbewerb *Schweizer Jugend forscht* nehmen Jahr für Jahr zwischen 50 und 100 Jugendliche aus der Sekundarschulstufe II teil, um ihre kreativen Ideen zu präsentieren, die sie selbständig in einer Projektarbeit aus dem Gebiet der Technik, Berufsbildung oder Wissenschaften erarbeitet haben. Sie messen sich dabei landesweit mit Gleichgesinnten aus Berufsfachschulen, Mittelschulen und Gymnasien. Die Grundlage der Wettbewerbsarbeiten ist heute oft eine Selbständige Vertiefungsarbeit (SVA), eine Interdiszplinäre Projektarbeit (IPA) oder eine Maturarbeit (MA). Der nationale Wettbewerb verlangt also keine neuen Projekte, sondern möchte vorhandene überzeugende Ideen aus den verschiedensten Fachgebieten - von Technik und Umwelt bis Geschichte und Literatur - erweitern und vertiefen, wobei Experten der Stiftung die Jugendlichen begleiten und mithelfen.

Die Präsentation der Arbeiten am nationalen Wettbewerb besteht, wie bereits in vielen Schulen üblich, aus der schriftlichen Arbeit und einer Posterpräsentation, oft ergänzt mit Konstruktionen, Modellen oder Computerprogrammen. Der Wettbewerb selbst bedeutet für alle Teilnehmer unvergessliche Erlebnisse, viele neue Kontakte mit Gleichaltrigen und mit Fachexperten.

Start zum Jubiläumswettbewerb 40 Jahre Schweizer Jugend forscht

Für den 40. Nationalen Jubiläums-Projektwettbewerb können bis Ende Oktober 2005 Anmeldungen erfolgen, d.h. Sie senden einfach ein Grobkonzept des geplanten, laufenden oder fertigen Projektes an info@sjf.ch, zusammen mit dem Anmeldeformular, das Sie auf www.sjf.ch finden. Für die Motivation zum Mitmachen zählt die Stiftung wiederum auf die breite Unterstützung der Lehrpersonen, denn sie sind es, die in direktem Kontakt mit potenziellen Teilnehmern steht; sie kennen überzeugende Projektarbeiten, die es verdienen, vertieft und in einem grösseren Rahmen publik gemacht zu werden.

Der Jubiläums-Projektwettbewerb ist dafür eine ideale Möglichkeit. Die grosse Beteiligung – erwartet werden Teilnehmer aus allen Kantonen und aus der gesamten Sekundarstufe II – wird das kreative Potential der Schweizer Jugend in den verschiedenen Fachgebieten eindrücklich unter Beweis stellen. Am Workshop vom 26. November 2005 in Zürich werden die Projekte in den Fachgruppen kurz vorgestellt und mit den Experten besprochen. Abgabetermin der fertig gestellten Arbeiten ist Mitte März 2006 und das Finale, der Schlussanlass in Basel vom 27. bis 29. April 2006, soll zu dann einem einmaligen Erlebnis mit grosser Medienpräsenz, Innovationsarena und attraktiven Preisen werden.

Die Teilnahme am Nationalen Wettbewerb wird den Schülern und Lernenden, neben einer Urkunde und einem Barpreis, vor allem die Möglichkeit zu nationalen und internationalen Kontakten eröffnen. Bei Projekten, die seitens der Stiftung mit einem Sonderpreis prämiert werden, besteht beispielsweise die Aussicht, die Schweiz am European Contest oder an anderen wissenschaftlichen oder technischen Foren im Ausland zu vertreten.

Informieren Sie sich unter www.sjf.ch oder telefonieren Sie uns: 061 690 92 00 Wir freuen uns und helfen Ihnen gerne! info@sjf.ch

18.8.2005
Dr. Hans Senn
Stiftungsrat SJf

SCHWEIZER JUGEND FORSCHT
LA SCIENCE APPELLE LES JEUNES
SCIENZA E GIOVENTU
SCIENZA E GIUVENTETGNA

La Suisse recherche des talents

Avec son concours national, la fondation « La science appelle les jeunes » s'adresse aux meilleurs élèves des écoles secondaire II et vise à les promouvoir. Au cours des dernières années, le concours annuel, si apprécié des jeunes, a gagné une grande importance - il encourage les innovations et la créativité tout en favorisant le développement des talents.

50 à 100 jeunes participent chaque année au concours national. Leur mission consiste à travailler en toute autonomie sur un projet innovant en y apportant toute leur créativité, puis de se mesurer à l'échelle nationale avec les meilleurs, compte tenu de la tranche d'âge. Le concours demande souvent un travail autonome d'approfondissement, un concours au sein de l'établissement scolaire ou un travail de maturité. Le concours national n'exige donc aucun projet nouveau, mais s'attache au contraire à élargir et approfondir les idées existantes convaincantes avec l'aide de spécialistes de la fondation.

Le travail à réaliser dans le cadre du concours consiste, comme il est d'usage dans un grand nombre d'établissements scolaires, en un travail écrit et une présentation sous forme d'affiche. Le tout étant à compléter, là où cela s'avère pertinent, par des constructions, des prototypes ou modèles ou encore des logiciels. Le concours en soi offre à tous les participants l'occasion de vivre des expériences inoubliables et de faire la connaissance de nombreux jeunes de leur âge ainsi que de spécialistes.

Stiftung Schweizer Jugend forscht St. Alban-Vorstadt 80 CH-4052 Basel
Tel +41 (0)61 690 92 00, Fax +41 (0)61 690 92 01, info@sjf.ch, www.sjf.ch

Cette année également, les meilleurs travaux sont recherchés : Lancement du 40ème concours

Les inscriptions au 40ème concours national peuvent s'effectuer jusque fin octobre 2005 (spätere Anmeldung auf Anfrage). Pour inciter les élèves à se présenter au concours, la fondation compte, quant à elle, sur le large soutien du corps enseignant, car c'est lui qui se trouve en contact direct avec les participants potentiels et sait quels projets convaincants méritent d'être approfondis et portés à la connaissance d'un public étendu.

Ce 40ème concours constitue là une occasion idéale. La large participation – nous attendons des élèves de tous les cantons et de tous les établissements du degré secondaire II – montrera de manière impressionnante que le potentiel de créativité de la jeunesse suisse est considérable. Le concours sera clôturé à Bâle du 27 au 29 avril 2006 : présence importante des médias, arène des innovations, distribution de prix, rien ne manquera lors de cet événement exceptionnel.

Soutenir les jeunes dans leur soif de savoir et se montrer exigeants à leur égard, voilà une mission difficile et gratifiante.

La Suisse, en tant que pays du savoir, a besoin de talents, aujourd'hui comme à l'avenir. Et elle en a, bien entendu : car, à chaque concours, la fondation « La science appelle les jeunes » en révèle de nouveaux. Or, voilà que le 40ème concours va démarrer. Connaissez-vous une ou un élève, un jeune talentueux qui soit susceptible d'y participer ? Si oui, veuillez nous contacter sous info@sjf.ch – nous ferons tout pour vous aider.

Pour de plus amples informations sur le 40ème concours national, merci de consulter le site Internet www.sjf.ch

Stiftung Schweizer Jugend forscht St. Alban-Vorstadt 80 CH-4052 Basel
Tel +41 (0)61 690 92 00, Fax +41 (0)61 690 92 01, info@sjf.ch, www.sjf.ch 2

SCHWEIZER JUGEND FORSCHT
LA SCIENCE APPELLE LES JEUNES
SCIENZA E GIOVENTU
SCIENZA E GIUVENTETGNA

La Svizzera è a caccia di talenti

Con il concorso nazionale la fondazione Scienza e gioventù vuole raggiungere i migliori studenti anche negli istituti professionali, e metterne in valore il talento. Nel corso degli ultimi anni, il ben noto concorso annuale è arrivato a rappresentare nella scuola secondaria di secondo grado un importante fattore per favorire innovazione e creatività, nonché promuovere i talenti.

Anno dopo anno, al concorso nazionale prendono parte da 50 a 100 giovani che, con idee creative, elaborano autonomamente un progetto innovativo e competono allo stesso tempo a livello nazionale con i migliori fra i loro coetanei. Il punto di partenza dei progetti che partecipano al concorso è spesso un lavoro autonomo di approfondimento, una ricerca presentata ad un concorso scolastico interno o un lavoro di maturità. Il concorso nazionale non esige perciò un lavoro nuovo, ma desidera invece dare la possibilità di ampliare ed approfondire, con l'aiuto degli esperti della fondazione, idee convincenti già esistenti.

Un progetto presentato al concorso consiste, come in molte scuole, in un lavoro scritto e in una presentazione con poster accompagnata, se opportuno, da costruzioni, modellini o programmi software. Il concorso rappresenta per tutti i partecipanti l'opportunità di vivere un'esperienza indimenticabile, e di allacciare numerosi nuovi contatti con coetanei ed esperti del settore.

Fondazione Scienza e gioventù St. Alban-Vorstadt 80 CH-4052 Basilea
Tel +41 (0)61 690 92 00, Fax +41 (0)61 690 92 01, info@sjf.ch, www.sjf.ch

Anche quest'anno si cercano i migliori lavori:
diamo il via al concorso del 40° anniversario

Le iscrizioni al 40° concorso nazionale sono aperte fino alla fine dell'ottobre 2005 (spätere Anmeldung auf Anfrage). Per suscitare la motivazione a partecipare, la fondazione si affida all'impegno del corpo docenti, di coloro cioè che sono a diretto contatto con i potenziali partecipanti e conoscono i progetti più stimolanti che meritano di essere approfonditi e presentati in grande stile ad un vasto pubblico.

A tal fine il 40° concorso nazionale rappresenta un'opportunità ideale. L'elevata partecipazione – si prevedono partecipanti provenienti da tutti i cantoni e dall'intera scuola secondaria di secondo grado – sarà una dimostrazione più che convincente del potenziale creativo della gioventù svizzera. La manifestazione di chiusura, che ha luogo a Basilea dal 27 al 29 aprile 2006, sarà un'esperienza unica, caratterizzata da forte presenza mediatica, piattaforma di presentazione delle innovazioni e allettanti premi.

Promuovere e stimolare la sete di conoscenza dei giovani – un compito impegnativo e gratificante

Oggi come in futuro, l'attività scientifica in Svizzera ha bisogno di giovani talenti. Ed è indiscutibile che la Svizzera ne possiede un gran numero: ne emergono di nuovi a ciascuna edizione del concorso della fondazione Scienza e gioventù. Ora inizia il concorso del 40° anniversario. Vi parteciperà anche uno studente o una studentessa, un giovane talento di Sua conoscenza? Ci farebbe piacere. Si metta in contatto con noi presso info@sjf.ch – saremo lieti di aiutarla.

Maggiori informazioni sul 40° concorso nazionale in Internet all'indirizzo www.sjf.ch

Fondazione Scienza e gioventù St. Alban-Vorstadt 80 CH-4052 Basilea
Tel +41 (0)61 690 92 00, Fax +41 (0)61 690 92 01, info@sjf.ch, www.sjf.ch 2

DPK

Laserschwert und Photonentorpedo

Martin Lieberherr
Mathematisch Naturwissenschaftliches Gymnasium Rämibühl, 8001 Zürich

Einleitung

Aus aktuellem Anlass stellte ich an einer Nachprüfung folgende Aufgabe:

"Darth Vader stösst sein Laserschwert während 37 ms gegen einen feindlichen Roboter. Der Droide hat 41 kg, das Schwert die Klasse 100 MW / 456 nm. (...) Welchen Rückstoss ($\Delta \upsilon$) erhält der Roboter unter der Annahme, dass er ganz bleibt und das Licht vom Laserschwert schluckt?" Lösung:

$$\Delta \upsilon = \frac{p_i}{m_D} = \frac{E}{cm_D} = \frac{P_L t}{cm_D} = \frac{100 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot 37 \cdot 10^{-3} \text{ s}}{3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 41 \text{ kg}} = \underline{\underline{0.30 \text{ mm/s}}}$$

Die SchülerInnen kannten den Impuls $p_i = E/c$ eines Photons oder eines Lichtstrahls aus dem Unterricht, die Aufgabe wäre somit einfach gewesen. Die Leistung schätzte ich aus einer Szene im Film Star Wars ab: Dort wurde mit einem Schwerthieb ein Bein abgetrennt. Um eine Scheibe Wasser von 1 cm Dicke und 100 cm^2 Fläche in wenigen Millisekunden zu verdampfen, sind Grössenordnung 100 MW nötig.

Hidden Curriculum

Im Unterricht leite ich den Impuls p_i eines Photons in folgender Weise her:

$$\frac{E}{p_i} = \frac{\gamma mc^2}{\gamma m\upsilon} = \frac{\gamma mc^2}{\gamma mc} = c \Rightarrow p_i = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Leider ist beim Photon $\gamma = \infty$ und $m = 0$, ich muss also einen undefinierten Term mit einem undefinierten Term kürzen. Die Schüler lachen mich jedesmal aus! Weil ich das natürlich nicht auf mir sitzen lassen wollte, suchte ich nach einer besseren Herleitung. Das ist aber gar nicht so einfach. Die Beziehung $E^2 = m^2c^4 + p_i^2c^2$ hilft nur scheinbar weiter, denn sie wird üblicherweise für ein materielles Teilchen hergeleitet. Es ist nicht a priori sicher, dass sie auch für masselose Photonen gilt.

Im Unterricht berechne ich den Strahlungsdruck mit Hilfe des Impulses. Fällt Licht senkrecht auf eine Fläche und wird vollständig reflektiert, so ist der Druck p_D:

$$p_D = \frac{F}{A} = \frac{|\Delta\vec{p}|}{\Delta t A} = \frac{|2\vec{p}_i|}{\Delta t A} = \frac{2E}{c\Delta t A} = 2\frac{J}{c}$$

Diese Rechnung kann man umdrehen und aus dem Strahlungsdruck den Impuls der einfallenden Strahlung bestimmen:

$$p_i = \frac{J\Delta t A}{c} = \frac{E}{c}$$

Wenn man den Strahlungsdruck direkt herleiten könnte, hätte ich also eine Lösung meines Problems.

Strahlungsdruck in der klassischen Elektrodynamik

Dass elektromagnetische Strahlung Druck auf eine bestrahlte Fläche ausübt, wurde 1871 von James Clerk Maxwell theoretisch hergeleitet und 1900 von Pjotr Nikolajewitsch Lebedev experimentell nachgewiesen.[1] Fällt eine elektromagnetische Welle auf einen Metallspiegel, so erzeugt der elektrische Feldstärkevektor Ströme im Metall. Der magnetische Feldstärkevektor übt Kräfte auf diese Ströme aus, welche die Ursache des Strahlungsdrucks sind. Die Rechnung ist sicherlich zu hoch für unsere Schüler. Ihr Ergebnis ist $p_D = 2J/c$. Dasselbe Gesetz gilt übrigens auch für Schallwellen.

Strahlungsdruck im Photonenbild

Ein Photonentorpedo der Länge l und Querschnittsfläche A enthalte N Photonen der Frequenz f respektive Gesamtenergie $E = Nhf$. Er treffe ein spiegelndes Raumschiff, das mit Geschwindigkeit υ flieht. Bei der Reflexion tritt Dopplereffekt auf: Die Frequenz der Photonen und damit deren Energie vermindert sich. Der Dopplereffekt bei Reflexion an einem bewegten Spiegel ist in erster Ordnung:

$$\frac{\Delta f}{f} \approx 2\frac{\upsilon}{c}$$

Damit ist der Energieverlust des Torpedos bei senkrechter Reflexion:

$$\Delta E = Nh\Delta f = \frac{2Nhf\upsilon}{c} = \frac{2E\upsilon}{c}$$

Der Photonentorpedo erbringt mechanische Leistung während der Reflexion:

$$P = F\upsilon \;\Rightarrow\; \frac{\Delta E}{\Delta t} = p_D A\upsilon \;\Rightarrow \frac{2E\upsilon}{\Delta tc} = p_D A\upsilon \;\Rightarrow p_D = \frac{2E}{A\Delta tc} = \frac{2J}{c}$$

Somit haben wir den Strahlungsdruck hergeleitet, ohne die dynamische Masse des Photons zu verwenden. Die Herleitung ist genügend einfach, dass sie von Schülern nachvollzogen werden kann.

Strahlungsdruck in der Relativitätstheorie

Darth Vader übe das Zustechen mit dem Laserschwert vor dem Spiegel. Wir betrachten den Vorgang im Ruhesystem des Spiegels respektive des Schwerts.

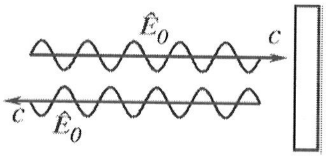


Abbildung 1: Der Spiegel ist in Ruhe. Die einfallende und die reflektierte elektromagnetische Welle haben dieselbe Amplitude $\hat{E}_0$. Die Welle falle senkrecht auf den Spiegel.

Sei $\hat{E}_0$ die Amplitude der elektrischen Feldstärke einer ebenen, monochromatischen, elektromagnetischen Welle im Vakuum (Abb. 1). Die Amplitude des magnetischen Felds ist proportional dazu: $\hat{E}_0 = c\hat{B}_0$. Elektrische und magnetische Feldstärkevektoren stehen senkrecht zueinander und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Die über eine Schwingungsdauer gemittelte Energiedichte dieser Welle ist $w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \hat{E}_0^2$ und die Energieflussdichte $J = wc = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \hat{E}_0^2 c$. Was passiert mit dieser Energieflussdichte, wenn wir das Bezugssystem wechseln? (Abb. 2)

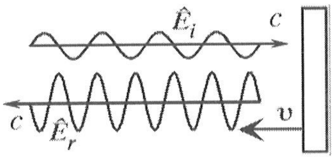


Abbildung 2: Der Spiegel bewege sich mit Geschwindigkeit υ. Die einfallende und die reflektierte elektromagnetische Welle haben verschiedene Amplituden.

Die Feldstärken im Ruhesystem des Laserschwerts (Abb. 2) lassen sich durch eine Lorentztransformation aus denen im Ruhesystem des Spiegels (Abb. 1) herleiten. In erster Ordnung gilt $\hat{E}_i = \hat{E}_0 - \upsilon\hat{B}_0$ im Ruhesystem des Schwerts. Die exakten Transformationsgleichungen findet man in[2]. Es folgt in unserem Fall:

$$\hat{E}_i = \gamma(1-\beta)\hat{E}_0 \text{ und } \hat{E}_r = \gamma(1+\beta)\hat{E}_0 \text{ wobei } \beta = \upsilon/c \text{ und } \gamma = \left(1-\beta^2\right)^{-1/2}$$

Weil sich der Spiegel bewegt, muss man bei der Energieflussdichte der auftreffenden oder reflektierten Strahlung die relative Geschwindigkeit einsetzen:

$$J_i = w_i(c+\upsilon) = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\hat{E}_i^2(c+\upsilon) = \gamma^2(1-\beta)^2\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\hat{E}_0^2 c(1+\beta) = (1-\beta)J$$

$$J_r = w_r(c-\upsilon) = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\hat{E}_r^2(c-\upsilon) = \gamma^2(1+\beta)^2\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\hat{E}_0^2 c(1-\beta) = (1+\beta)J$$

Der Unterschied von einfallender und reflektierter Energie ist gleich der Druckarbeit:

$$J_r - J_i = p_D\upsilon$$

Nun ist aber

$$J_r - J_i = (1+\beta)J - (1-\beta)J = 2\beta J = 2\upsilon J/c$$

Somit folgt für den Strahlungsdruck $p_D = 2J/c$

Diese Rechnung ist im Wesentlichen eine vereinfachte Darstellung von Albert Einsteins Herleitung[3]. (Auch ich wollte im Jubiläumsjahr etwas über Relativität schreiben!) Die Felder konnte ich noch "ohne Hilfe" transformieren, aber für die zweite Hälfte musste ich mich von Einstein inspirieren lassen. Ich bin somit leider nur halb so intelligent wie Einstein. Einstein soll ja einen Intelligenzquotienten zwischen 148 und 190 gehabt haben, der Vergleich ist also nicht sehr schmeichelhaft für mich. (Ausser der Intelligenzquotient wäre ein logarithmisches Mass, ähnlich der Dezibel-Skala. Dann sähe es vielleicht gar nicht so schlecht aus.)

[1] http://en.wikipedia.org/wiki/Radiation_pressure (Aufruf am 19. Juli 2005)

[2] J.D. Jackson, "Klassische Elektrodynamik", de Gruyter Verlag, 1982

[3] Albert Einstein, "Zur Elektrodynamik bewegter Körper"
Annalen der Physik, 4. Folge, Band 17, 1905, Seiten 891-921

DPK Deutschschweizerische Physikkommission, VSMP

EKZ NOK

7. Schweizerischer Tag für Physik und Unterricht

Freitag 9. Dezember 2005

Thema: Elektrizitätsversorgung

09:15 Abfahrt Carparkplatz Sihlquai nördlich vom Hauptbahnhof Zürich
(Für den Car müssen wir einen Unkostenbeitrag verlangen.)

10:00-11:00 Begrüssungskaffe, danach **Besichtigung** des restaurierten Wasserkraftwerks Eglisau
dipl. Ing. Georg Kundert et. al., NOK

11:00-12:00 **Vortrag im Kraftwerk Eglisau**.
dipl. Ing. Beat Lienhard, EKZ
EKZ-Netz: Aufbau und Elemente der Stromversorgung, Störungslokalisation

12:15-13:30 **Imbiss** im Stromhaus Burenwisen (Walter Good, EKZ)

14:00-15:00 **Besichtigung** des grössten Freiluft-Unterwerks der Schweiz (Breite, Nürensdorf)
dipl. Ing. Herbert Wyss, NOK et al.

15:00-16:00 **Vortrag im Unterwerk Breite**
dipl. Ing. Herbert Wyss, NOK
Elemente des Energieverkehrs und -handels

16:00-16:30 Kaffeepause, Schlusswort

ca. 17:30 Ankunft in Zürich

(kurzfristige Änderungen noch möglich)

www.ekz.ch www.nok.ch www.dpk.ch www.vsmp.ch

Anmeldung

bis 25. November 2005

Per Email an lieberhm@mng.ch

oder mit unten stehendem Talon an Martin Lieberherr, Kantonsschule Rämibühl, Physikalisches Institut, Rämistrasse 54, 8001 Zürich

---

Anmeldung: 7. Schweizerischer Tag für Physik und Unterricht

Name: .... **Vorname:** ....

Email: .... Telefon: ....

Adresse: ....

IYPT 2005 in Winterthur

Zu Beginn der Sommerferien fand in Winterthur das 18. International Young Physicist's Tournament statt. Vom Standpunkt der Organisatoren aus betrachtet war der Anlass ein grosser Erfolg, da das Turnier ohne grössere Probleme über die Bühne ging und von den teilnehmenden Teams nur lobende Worte kamen.
Einzig die Eröffnungszeremonie führte zu einer unangenehmen Situation, als der eingeladene Nobelpreisträger Prof. Dr. R. Ernst in seinem von tosendem Applaus begleiteten Referat die Politik des amerikanischen Präsidenten G. W. Bush „demontierte". Die amerikanischen Delegation reichte anderntags ein Protestschreiben beim Internationalen Komitee IOC ein.
Die erfolgreiche Durchführung dieses Grossevents war nur deshalb so reibungslos möglich, weil der finanzielle Rückhalt durch sehr grosszügige Supporter gesichert war.
Ein ganz besonderer Dank geht hier im Bulletin an den VSMP mit seinen Kommissionen CRP, CRM, DMK u. DPK, die alle das IYPT finanziell unterstützten.
Aus sportlicher Sicht war der Anlass für die Schweizer Teams leider nicht brilliant, lagen doch beide Teams am Ende im hinteren Feld (Plätze 21 und 23 von 25 Teams). Dies war insofern nicht erstaunlich, da die betreuenden Lehrpersonen auch im OK waren und deshalb die Vorbereitung dieses Jahr nicht optimal war. Es zeigte aber auch, dass Länder, in denen das Turnier breiter abgestützt ist, einfach bessere Teams ans IYPT schicken können. Das diesjährige Siegerland Deutschland beispielsweise verfügt über ein Schülerforschungs-zentrum SFZ, in welchem die Schüler professionell, d.h. von Lehrpersonen, die dafür vom Unterricht freigestellt sind, betreut werden. Zudem verfügt das SFZ über beträchtliche zusätzliche finanzielle Mittel für den Bau von allfälligen Versuchen, die Beschaffung weiterer notwendiger Infrastrukturen und anderem. Das ex aequo mit den Vereinigten Staaten zweitplatzierte Weissrussland kann auf eine langjährige Tradition zurückgreifen und hat ein Team ans IYPT geschickt, das aus einer nationalen Ausscheidung mit Beteiligung von 40 Schulen hervorging.
Die gesamte Rangliste und ein Pressespiegel findet man unter www.iypt.ch.

Bereits sind die neuen Probleme für das IYPT 2006, das in der Slowakei stattfinden wird, veröffentlicht worden (siehe separate Seite). Weisen Sie Ihre Schüler auf diese Probleme und die Infoveranstaltung hin. Sie eignen sich auch für Semester- oder Maturitätsarbeiten!

Infoveranstaltung für interessierte Schüler (und Lehrer):

Fr 4. Nov. 2005 KS Rämibühl, Natw. Institut 17 Uhr

Links für weitere Informationen: www.iypt.org; www.iypt.ch ; **www.sypt.ch**.
samuel.byland@iypt.ch. oder wolfgang.pils@iypt.ch.

Supported by:

European Union FP6 S&S Programme	Technorama, Winterthur
European Physical Society	Kantonsschule Im Lee, Winterthur
Stadt Winterthur	Kanton Zürich
Sophie und Karl Binding Stiftung, Basel	Swiss Academy of Engineering Sciences
GEBERT RÜF STIFTUNG	Swiss Academy of Sciences
Lotteriefonds des Kantons Zürich	Swiss Physical Society
State Secretariat for Education and Research	World Year of Physics 2005
ERNST GÖHNER STIFTUNG	Swiss Air Lines Official Carrier

PROBLEMS FOR THE IYPT 2006

1. Froth
Investigate the nature of the decay in height of the 'froth' or 'foam' on a liquid. Under what conditions does the froth remain for the longest time?

2. Shades
If small non-transparent objects are illuminated with light, patterns in the shadows are observed. Investigate and explain this phenomenon. Is it possible to produce optical images in this way?

3. Duck's cone
If one looks at the wave pattern produced by a duck paddling across a pond, this reminds one of Mach's cone. On what parameters does the pattern depend?

4. Whispering Gallery
The Whispering Gallery at St Paul's Cathedral in London is famous for the fact that the construction of the circular gallery makes a whisper against its walls on one side of the gallery audible on the opposite side of the gallery. Investigate this phenomenon.

5. Probability
A coin is held above a horizontal surface. What initial conditions will ensure equal probability of heads and tails when the coin is dropped and has come to rest?

6. Wet cleaning
A wet rag is hard to drag when it is spread out upon the floor. What does the resistive force depend on?

7. Airglider
A paper sheet is on the table. If one blows along the table the sheet begins to glide over it. Determine the flight characteristics of the paper?

8. Simple electrostatics
Propose and make a device for measuring the charge density on a plastic ruler after it has been rubbed with a cloth.

9. Sound and foam
Investigate the propagation of sound in foam.

10. Inverted pendulum
It is possible to stabilise an inverted pendulum. It is even possible to stabilise an inverted multiple pendulum (one pendulum on top of the other). Demonstrate the stabilisation and determine on which parameters this depends.

11. Singing tube
A tube open at both ends is mounted vertically to enclose a flame. At certain positions of the base of the flame the tube starts to "sing". Investigate the phenomenon.

12. Rolling magnets
Investigate the motion of a magnet as it rolls down an inclined plane.

13. Sound
It is possible to measure the speed of sound in liquids with light. Use such a method to measure the speed of sound.

14. Cellular materials
Investigate the behaviour of a jet of fluid when it strikes the surface of a sponge-like material.

15. Heat and temperature
A tube passes steam from a container of boiling water into a saturated aqueous salt solution. Can it be heated by the steam to a temperature greater than 100°C? Investigate the phenomenon.

16. Hardness
A steel ball falls onto a horizontal surface from a certain height with zero initial velocity. If one places a sheet of paper onto the surface with a sheet of carbon paper on top of it, a round black trace will be produced after the impact. Investigate the dependence of the diameter of the trace on the height of the fall. Propose a hardness scale based on this method.

17. Magnetohydrodynamics
A shallow vessel contains a liquid. When an electric field and a magnetic field are applied the liquid can start moving. Investigate how the behaviour and the velocity of the liquid depend on the relevant parameters. Suggest a practical application of this phenomenon.

Birkhäuser

Viaduktstr. 42 · CH-4051 Basel
Tel. +41 / 61 / 205 07 07
Fax +41 / 61 / 205 07 92
e-mail: orders@birkhauser.ch
http://www.birkhauser.ch

Hunziker, H., Alte Kantonsschule Aarau, Switzerland (Hrsg.)

Der jugendliche Einstein und Aarau

Relativität, Brownsche Bewegung, Lichtquanten und Astrophysik

2005. Ca. 200 pages. Softcover
Subskriptionspreis € 20.– / CHF 28.–
(gültig bis 14. Februar 2006)
Regulärer Preis € 24.– / CHF 35.–
ISBN 3-7643-7444-6
Erscheint November 2005

Es darf als gesichert gelten, dass Einstein bereits 1895-1896, während er sich an der Aargauischen Kantonsschule auf die Maturitätsprüfung vorbereitete, erste Ideen zur Relativitätstheorie entwickelte. Die Publikation befasst sich eingehend mit der Aarauer Zeit des später zu Weltruhm gelangten Physikers und bespricht die grundlegenden Ideen seiner Arbeiten von 1905, die diesen Weltruhm begründeten.

- Die Publikation geht speziell auf Einsteins Aarauer Zeit als Gymnasiast ein.
- Es werden drei vom siebzehnjährigen Einstein verfasste Maturitätsprüfungsarbeiten im Original abgedruckt und kommentiert.
- Die Ideen, die in Einsteins revolutionären Arbeiten von 1905 stecken, werden für ein breiteres Publikum in nachvollziehbarer Weise dargestellt.
- Die Publikation ist eine äusserst anregende Mischung aus biographischen und wissenschaftshistorischen Elementen.

Inhalt

- Albert Einstein in Aarau
- Einsteins Maturitätsprüfung in Mathematik
- Einsteins Maturitätsprüfung in Physik
- Spezielle Relativitätstheorie
- Geschichte der Relativitätstheorie
- Einsteins Analyse der Brownschen Bewegung
- Der Photoeffekt
- Relativitätstheorie und der Friedhof der Sterne

Autoren

Prof. Dr. Domenico Giulini, Freiburg
Dr. Herbert Hunziker, Aarau
Dr. Heinrich Stähelin, Aarau
Prof. Dr. Norbert Straumann, Oberrohrdorf
Dr. Walter Pfeifer, Suhr

annus mirabilis
Hundert Jahre Relativitätstheorie
www.alte-kanti-aarau.ch

Bestellcoupon

Bitte bestellen Sie bei Ihrem Buchhändler oder direkt bei:
Birkhäuser Kundenservice
c/o SDC
Haberstrasse 7, D-69126 Heidelberg
Tel.: +49 / 6221 / 345 0
Fax: +49 / 6221 / 345 42 29
e-mail: orders@birkhauser.ch

Bei Bestellungen aus der Schweiz:
Balmer Bücherdienst AG
Bösch 41
CH-6331 Hünenberg
SCHWEIZ

Jürg Ambühl
Tel. 041 / 726 98 42
Fax 041 / 726 98 01
e-mail: juerg.ambuehl@balmer-bd.ch

Bitte senden Sie mir/uns:

______ Expl. Hunziker, H. (Hrsg.)
Der jugendliche Einstein und Aarau
Subskriptionspreis € 20.– / CHF 28.– (gültig bis 14. Februar 2006)
Regulärer Preis € 24.– / CHF 35.–
ISBN 3-7643-7444-6

☐ Privat ☐ Geschäft
Name: ______
Institution: ______
Adresse: ______
______
Land: ______
e-mail: ______

☐ Bitte schicken Sie mir eine Rechnung

☐ Bitte ziehen Sie den Betrag über meine Kreditkarte ein:
☐ American Express ☐ Mastercard ☐ Visa
Kartennummer: ______
Ablaufdatum: ______
Datum, Unterschrift: ______

Manipulation von Gleichungen mit CAS

Otto M. Keiser

Auf den gebräuchlichen CAS (= Computer Algebra Systemen) kann man Gleichungen unter beliebigen Variablennamen speichern und auf die Gleichungen beliebige Operationen ausüben. Das Quadrieren einer Gleichung beispielsweise bewirkt das Quadrieren und Gleichsetzen von linker und rechter Seite der ursprünglichen Gleichung. Einen Term zu einer Gleichung addieren bedeutet, diesen Term auf beiden Seiten der Gleichung addieren. Analog funktionieren Summe, Produkt, Quotient etc. von zwei oder mehr Gleichungen.

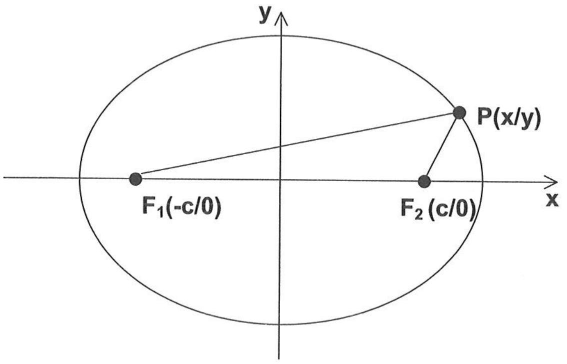
Nachstehend soll anhand zweier Beispiele gezeigt werden, dass es sich dabei um eine sehr nützliche Option handelt.

Die Ellipsengleichung

Wir betrachten die Ellipse mit den Halbachsen a und b. Es ist algebraisch recht anspruchsvoll, aus der Brennpunktsdefinition der Ellipse die sog. Mittelpunktsform

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

der Ellipsengleichung herzuleiten.



Es ist m. E. aber vergleichsweise einfach, die notwendigen Umformungsschritte zu erkennen und zu planen, etwa wie folgt:

Für die Abstände eines Punktes P von den Brennpunkte F_1, F_2 gilt (siehe Figur):

$$\overline{PF_1} = \sqrt{(x+c)^2 + y^2} \qquad \overline{PF_2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

Brennpunktsdefinition der Ellipse:

$$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$$

Tabellarisch planen wir nun die erforderlichen Umformungsschritte:

Durch beidseitiges

Quadrieren erhalten wir eine Gleichunge mit *nur noch einer Wurzel*:	$\overline{PF_1}^{\,2} + \overline{PF_2}^{\,2} + 2\cdot\overline{PF_1}\cdot\overline{PF_2} = 4a^2$
Indem wir beiseitig ***$4a^2 + 2\cdot\overline{PF_2}\cdot\overline{PF_1}$ subtrahieren,*** *isolieren wir diese Wurzel*:	$\overline{PF_1}^{\,2} + \overline{PF_2}^{\,2} - 4a^2 = -2\cdot\overline{PF_1}\cdot\overline{PF_2}$
Durch beidseitiges ***Quadrieren*** *"verschwindet" diese Wurzel*:	$(\overline{PF_1}^{\,2} + \overline{PF_2}^{\,2} - 4a^2)^2 = (-2\cdot\overline{PF_1}\cdot\overline{PF_2})^2$
Wenn wir beidseitig die ***rechte Seite subtrahieren,*** können wir hoffen, dass sich *namhafte Vereinfachungen* ergeben.	$(\overline{PF_1}^{\,2} + \overline{PF_2}^{\,2} - 4a^2)^2 - (-2\cdot\overline{PF_1}\cdot\overline{PF_2})^2 = 0$
Wenn wir schliesslich durch die Vorgabe $c^2 = a^2 - b^2$ *c eliminieren*, sollten wir nicht mehr weit vom Ziel sein!	?

Erst nach diesen Vorbereitungen schalten wir das CAS ein. Wir müssen genau die acht Gleichungen bzw. Befehle eintippen, die oben fett gedruckt sind. Und das geht uns erstaunlich leicht von der Hand, wenn wir daran denken, dass wir Gleichungen praktisch wie Terme behandeln können.

Damit wir bei einem allfälligen Tippfehler nicht nochmals von vorne beginnen müssen, schreiben wir die Umformungen, sozusagen auf Vorrat, in eine neue Datei des ***Text Editors*** im CAS.

Hier tippen wir die acht erwähnten Zeilen, *gekennzeichnet als Kommandos*, so ein, als ob wir im Rechenmodus wären. Als Lehrer kommentieren wir evtl. einzelne Zeilen, damit wir die automatisch gespeicherte Datei später auf Anhieb wieder verstehen (siehe nebenstehendes Protokoll).

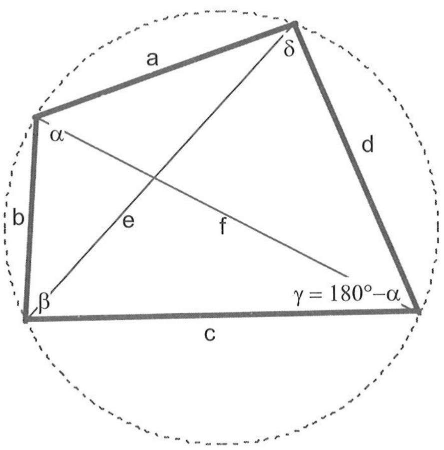
Schliesslich bringen wir die Kommandozeilen durch schrittweises „Antippen" im Rechenfenster zur Ausführung (es ist möglich, den Bildschirm so zu teilen, dass gleichzeitig die Texteditor-Datei und das Rechenfenster sichtbar sind).

```
:          Ellipse
:Abstaende
C:√((x+c)^2+y^2)→pf1
C:√((x-c)^2+y^2)→pf2
:
:Ellipsengleichung (=egl)
C:pf1+pf2=2a→egl
:
:Umformungen
C:egl^2→egl
C:egl-(4a^2+2pf1*pf2)→egl
C:egl^2→egl
C:egl-right(egl)→egl
C:egl|c^2=a^2-b^2
```

Erstaunt und erleichtert stellen wir fest, dass wir nach diesem „kontrollierten Blindflug" praktisch am Ziel sind; in der Anzeige steht nämlich:

$$-16\cdot b^2\cdot x^2 - 16\cdot a^2\cdot y^2 + 16\cdot a^2\cdot b^2 = 0$$

Offensichtlich müssen wir diese Gleichung nur noch beidseitig durch $16\cdot a^2\cdot b^2$ dividieren, um -im Wesentlichen- die gewünschte Form zu erhalten.



Der Satz des Ptolemäus

Bekanntlich gilt im *Sehnenviereck* (vergl. Figur):

$$e\cdot f = a\cdot c + b\cdot d$$

In der synthetischen Geometrie kann der Satz mittels geeigneter, durchaus nicht trivialer Hilfslinien auf die Ähnlichkeit von Dreiecken zurückgeführt werden.

Hier soll der Satz (evtl. als willkommene Anwendung) mit Hilfe des näherliegenden Cosinussatzes beweisen werden. Dabei machen wir wieder ausgiebig Gebrauch von der Möglichkeit, Gleichungen in einem CAS manipulieren zu können (im nachstehendenText wieder fett hervorgehoben).

Die Diagonale e zerlegt das Sehnenviereck in zwei Dreiecke, für welche mit dem Cosinussatz gelten (beachte $\cos(180°-\alpha) = -\cos(\alpha)$):

$$e^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos(\alpha) \qquad \text{(gl11)}$$

$$e^2 = c^2 + d^2 + 2\cdot c\cdot d\cdot\cos(\alpha) \qquad \text{(gl12)}$$

Multipliziert man die zwei (gespeicherten) Gleichungen mit geeigneten Faktoren, enthält ihre Summe den Winkel α nicht mehr. In der Tat liefert das CAS nach Eingabe von

define gl1 = c·d·gl11 + a·b·gl12 (oder **c·d·gl11 + a·b·gl12→gl1**)

eine Gleichung, in welcher nur noch die Seiten und Diagonalen des Sehnenvierecks vorkommen:

$$a\cdot b\cdot e^2 + c.d\cdot e^2 = a^2\cdot c\cdot d + a\cdot b\cdot(c^2 + d^2) + b^2\cdot c\cdot d \qquad \text{(gl1)}$$

Sie lässt sich nach e^2 auflösen, weil man auf der linken Seite e^2 ausklammern kann. Die Definition:

$$\textbf{define gl1} = \frac{\textbf{gl1}}{\textbf{a}\cdot\textbf{b} + \textbf{c}\cdot\textbf{d}} \qquad \left(\text{oder } \frac{\textbf{gl1}}{\textbf{a}\cdot\textbf{b} + \textbf{c}\cdot\textbf{d}} \rightarrow \textbf{gl1}\right)$$

ergibt:

$$e^2 = \frac{a^2 \cdot c \cdot d + a \cdot b \cdot (c^2 + d^2) + b^2 \cdot c \cdot d}{a \cdot b + c \cdot d}$$

Analog kann f^2 berechnet werden:

$$f^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\beta) \qquad \text{(gl21)}$$

$$f^2 = a^2 + d^2 + 2 \cdot a \cdot d \cdot \cos(\beta) \qquad \text{(gl22)}$$

Die Festlegung:

$$\textbf{define gl2} = \frac{\mathbf{a \cdot d \cdot gl21 + b \cdot c \cdot gl22}}{\mathbf{a \cdot d + b \cdot c}} \qquad \left(\text{oder } \frac{\mathbf{a \cdot d \cdot gl21 + b \cdot c \cdot gl22}}{\mathbf{a \cdot d + b \cdot c}} \rightarrow \mathbf{gl2}\right)$$

liefert:

$$f^2 = \frac{a^2 \cdot b \cdot c + a \cdot c^2 \cdot d + a \cdot b^2 \cdot d + b \cdot c \cdot d^2}{a \cdot d + b \cdot c}$$

Der Satz des Ptolemäus ergibt sich schliesslich aus dem Produkt der beiden Gleichungen, also durch das Kommando **gl1*gl2**:

$$e^2 \cdot f^2 = (a \cdot c + b \cdot d)^2 \qquad \text{somit} \qquad \boxed{e \cdot f = (a \cdot c + b \cdot d)}$$

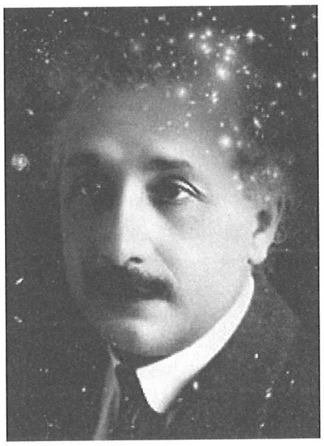
Als Gratiszugabe erhalten wir ein ebenso schönes Resultat für den *Quotienten* der beiden Diagonalen; der Befehl **gl1/gl2** ergibt nämlich:

$$\frac{e^2}{f^2} = \frac{(a \cdot d + b \cdot c)^2}{(a \cdot b + c \cdot d)^2} \qquad \text{somit} \qquad \boxed{\frac{e}{f} = \frac{(a \cdot d + b \cdot c)}{(a \cdot b + c \cdot d)}}$$

Schlussbemerkung:

Die beiden Beispiele zeigen m. E., wie CAS gewisse mathematische Herleitungen teilweise trivialisieren kann, und zwar ohne Verlust an mathematischer Substanz! Im Gegenteil: CAS erleichtert es dem Schüler, sich auf die zentralen mathematischen Ideen zu konzentrieren.

Adresse des Autors:
Hochstrasse 44
8044 Zürich
omkeiser@smile.ch



La CRP a le plaisir de vous annoncer la possibilité d'accueillir une exposition sur Einstein. Cet événement a été à l'affiche de la Cité des Sciences et de l'Industrie à Paris jusqu'en juin. Il s'agit de :

100 ANS après Einstein...

L'exposition est composée de 28 posters A1 (22 m linéaire environ) et 5 DVD d'une dizaine de minutes chacun.

La CRP vous offre l'exposition. Vous devez simplement assurer son transport du lieu précédent à celui de votre école, monter l'exposition au moyen des fixations murales que votre école possède. Vous avez besoin de cinq télévisions munies de lecteurs DVD pour créer les bornes de présentation des films. Vous pouvez remplacer ces téléviseurs par des bornes informatiques (PC uniquement, sans clavier, mais avec souris).

Pour plus de détail et vérifier la disponibilité de l'exposition, vous pouvez consulter de site de la CRP : www.vsmp.ch/crp ou contacter son président.

Philippe Drompt
Président de la CRP

L'exposition :
En 1905, Einstein publie cinq articles dont quatre vont révolutionner la physique et changer du même coup notre perception du monde. Un siècle plus tard, que reste-t-il de l'héritage d'Einstein ? Quelle est la quête des physiciens et mathématiciens d'aujourd'hui ? Comment voient-ils l'Univers ? Quels sont les mystères de la cosmologie moderne ?
A l'occasion de l'Année mondiale de la physique, une enquête a été réalisée dans les milieux de la recherche la plus fondamentale qui soit. Avec un point précis sur les recherches en cours ou à venir, dans les accélérateurs de particules enfouis sous la terre, dans les détecteurs installés sous la mer, depuis les télescopes à terre ou dans le ciel...
Comprendre le monde tel qu'il est, de l'infiniment petit à l'infiniment grand, c'est en effet l'ambition des physiciens, astrophysiciens et mathématiciens face aux mystères de la cosmologie moderne. Le rythme des découvertes est étourdissant. Les nouvelles théories s'élaborent à des vitesses vertigineuses. De la remontée vers les origines aux questionnements sur les lois qui font tenir le "grand Tout", la quête des scientifiques engagés dans cette folle aventure est immense. A la mesure de la démesure du monde.
L'expo-dossier rend également hommage à l'homme Einstein, via des films, des photos et une chronologie. Avec pour ambition de faire (re)découvrir au public le personnage Einstein, dont la vie, riche et fascinante, a marqué l'histoire du siècle écoulé.

L'expo-dossier s'articule autour de quatre axes :

1. 1905-2005, Einstein toujours au coeur de l'Univers : un siècle après leur publication, les écrits d'Einstein et leur suite restent incontournables dans toute l'actualité cosmologique.
2. Les mystères du monde (1), l'infiniment grand : les observations des satellites et télescopes pour remonter au plus près du Big-Bang et reconstituer ainsi l'histoire de l'Univers.
3. Les mystères du monde (2), l'infiniment petit : la traque incessante des particules constituant la matière visible et invisible dans de gigantesques machines souterraines aux énergies colossales.
4. Sur les traces d'Einstein, la quête du Graal continue... : à la recherche de la théorie ultime qui expliquerait le "grand Tout" en passant par trous noirs et fausses pistes périlleuses !

L'exposition est constituée de panneaux de textes, de photos et d'infographies, mais aussi de films (DVD ou borne informatique), d'interviews audio (borne informatique), d'un quiz multimédia et d'un lexique.

Conseillers scientifiques de l'expo-dossier :

Françoise Balibar, physicienne et historienne des sciences.
Gilles Cohen-Tannoudji, physicien théoricien

Bulletin de demande d'exposition
100 ans après Einstein

Etablissement : ....

Responsable : ....

Courrier électronique : ....

Adresse : ....

....

....

Durée du prêt : deux semaines.
Dates souhaitées.
Remplir les trois possibilités, par ordre de priorité :

du .... au ....

du .... au ....

du .... au ....

L'exposition comprend 28 posters format A1 (59.4 cm x 84 cm), collés sur pavatex, laminés munis d'œillets ainsi que 5 DVD et les textes décrivant brièvement les vidéos.

En cas de difficultés, vous pouvez contacter l'un des membres de la CRP.

Je m'engage à respecter les conditions de l'exposition (afficher l'indication du parrainage de la CRP et une indication de copyright sur les télévisions diffusant les films, manipuler avec précaution les posters).

Date : .... signature : ....

Vous pouvez faire parvenir ce bulletin par courrier postal ou électronique à Philippe Drompt, 23 rue des Tilles, 2603 Péry, phil.drompt@swissonline.ch.

La transformée de Radon dans le plan

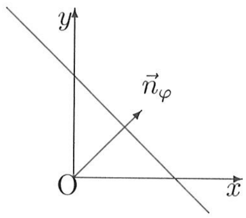
Paul Jolissaint

Les présentes notes sont basées sur l'article original de J. Radon, *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten*, Ber. Verh. Sächs. Akad. Wiss. Leipzig, Math.-Nat. kl. **69**, (1917), 262-277. Je les ai rédigées à l'intention d'un élève du Lycée cantonal de Porrentruy qui désirait effectuer son travail de maturité sur les aspects mathématiques du scanner médical. Pour ce faire, j'ai "digéré" l'article de Radon original afin de présenter la formule d'inversion originale de façon la plus lisible possible pour un lycéen en détaillant le plus possible les calculs.

1 Les droites du plan

Pour $p \in \mathbb{R}$ et $\varphi \in [0, 2\pi[$, soit $d(p, \varphi)$ la droite passant par $(p\cos(\varphi), p\sin(\varphi))$ et de vecteur normal

$$\vec{n}_\varphi = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix}.$$



L'équation cartésienne de $d(p, \varphi)$ est :

$$\cos(\varphi)x + \sin(\varphi)y = p$$

et ses équations paramétriques sont : $\begin{cases} x = p\cos(\varphi) - s\sin(\varphi) \\ y = p\sin(\varphi) + s\cos(\varphi). \end{cases}$

On observe que $d(p, \varphi) = d(-p, \varphi + \pi)$.

2 La transformée de Radon

On considère une fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ différentiable dont les premières dérivées partielles sont continues et telle que

$$\int_{\mathbb{R}^2} \frac{|f(x, y)|dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2}} < \infty.$$

Pour $(p, \varphi) \in \mathbb{R} \times [0, 2\pi[$, on pose :

$$\hat{f}(p, \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(p\cos(\varphi) - s\sin(\varphi), p\sin(\varphi) + s\cos(\varphi))ds.$$

C'est l'intégrale de f le long de la droite $d(p, \varphi)$ et on l'appelle la **transformée de Radon** de f. On a $\hat{f}(p, \varphi) = \hat{f}(-p, \varphi + \pi)$.

Connaissant la fonction $\hat{f}(p, \varphi)$ pour tous p et φ, on arrive à récupérer $f(x, y)$ grâce au théorème ci-dessous. Pour cela, on introduit une fonction auxiliaire définie pour $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ et $q > 0$: on pose

$$F(x, y, q) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{f}(x\cos(\varphi) + y\sin(\varphi) + q, \varphi)d\varphi,$$

et on note $F'(x, y, q)$ (au lieu de $\frac{\partial F}{\partial q}$) la dérivée de $F(x, y, q)$ par rapport à q. On a :

Théorème. *(Radon, 1917) Si f et F sont comme ci-dessus, alors on a pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$:*

$$f(x, y) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{F'(x, y, q)}{q} dq.$$

On va procéder en deux étapes pour démontrer le théorème : la première consiste à vérifier la formule pour $(x, y) = (0, 0)$.

3 Première étape

Puisque, dans cette section, on suppose $x = y = 0$, on note $F(0, 0, q) = F(q)$. Par définition, on constate qu'elle est égale à $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \hat{f}(q, \varphi)d\varphi$.

On part alors de l'intégrale double

$$G(q) = \int \int_{x^2+y^2>q^2} \frac{f(x, y)}{\sqrt{x^2 + y^2 - q^2}} dxdy,$$

où on intègre sur le domaine $D_q = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 > q^2\}$ qui est l'extérieur du disque de centre $(0, 0)$ et de rayon q. On va exprimer cette intégrale de deux autres façons en effectuant deux changements de variables. D'une part, posons

$$\begin{cases} x = q\cos(\varphi) - s\sin(\varphi) \\ y = q\sin(\varphi) + s\cos(\varphi) \end{cases}$$

en faisant varier φ entre 0 et 2π et s entre 0 et ∞. Cela revient à intégrer sur la moitié de chaque tangente au cercle d'équation

$$x^2 + y^2 = q^2.$$

Il est facile de vérifier que $\sqrt{x^2 + y^2 - q^2} = s$, et alors :

$$G(q) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{f(q\cos(\varphi) - s\sin(\varphi), q\sin(\varphi) + s\cos(\varphi))}{s} \cdot |\frac{J(x, y)}{J(s, \varphi)}| ds d\varphi.$$

L'expression $\frac{J(x,y)}{J(s,\varphi)}$ est appelée le jacobien du changement de variable et il est égal par définition à

$$\frac{J(x, y)}{J(s, \varphi)} = \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial y}{\partial \varphi} - \frac{\partial x}{\partial \varphi}\frac{\partial y}{\partial s}.$$

Il est égal, ici, à s. Donc on obtient :

$$G(q) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} f(q\cos(\varphi) - s\sin(\varphi), q\sin(\varphi) + s\cos(\varphi))dsd\varphi.$$

En intégrant s entre $-\infty$ et 0, on obtient la même intégrale, donc

$$\begin{aligned} G(q) &= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(q\cos(\varphi) - s\sin(\varphi), q\sin(\varphi) + s\cos(\varphi))dsd\varphi \\ &= \frac{1}{2}\int_0^{2\pi} \hat{f}(q,\varphi)d\varphi = \pi F(q). \end{aligned}$$

D'autre part, effectuons le changement de variables $x = r\cos(\varphi)$ et $y = r\sin(\varphi)$ (coordonnées polaires). On a

$$\frac{J(x,y)}{J(r,\varphi)} = r,$$

et ainsi,

$$G(q) = \int_q^{\infty}\int_0^{2\pi} \frac{f(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}.$$

On déduit de cela :

$$\begin{aligned} F(q) &= \frac{1}{\pi}\int_q^{\infty}\int_0^{2\pi} \frac{f(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))rdr}{\sqrt{r^2-q^2}} \\ &= \int_q^{\infty} \frac{r}{\sqrt{r^2-q^2}}\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))d\varphi dr \\ &= 2\int_q^{\infty} \frac{\bar{f}(r)rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}, \end{aligned}$$

où

$$\bar{f}(r) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))d\varphi$$

est la moyenne de f sur le cercle de centre $(0,0)$ et de rayon r. On observe que $f(0,0) = \bar{f}(0)$.

Fixons $\varepsilon > 0$ et intégrons par parties (en prenant : $u = \frac{1}{q}$ et $v' = F'$) :

$$\begin{aligned} \int_\varepsilon^{\infty} \frac{F'(q)}{q}dq &= \left[\frac{F(q)}{q}\right]_\varepsilon^{\infty} + \int_\varepsilon^{\infty} \frac{F(q)}{q^2}dq \\ &= -\frac{F(\varepsilon)}{\varepsilon} + \int_\varepsilon^{\infty} \frac{F(q)}{q^2}dq, \end{aligned}$$

car on a :

Lemme. *Si* $r \mapsto g(r)$ *est continue et si*

$$\int_0^{\infty} |g(r)|dr < \infty,$$

alors

$$\lim_{q\to\infty} \frac{1}{q}\int_q^{\infty} \frac{g(r)rdr}{\sqrt{r^2-q^2}} = 0.$$

Preuve. On écrit

$$\frac{1}{q}\int_q^{\infty}\frac{g(r)rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}=\frac{1}{q}\int_q^{2q}\frac{g(r)rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}+\frac{1}{q}\int_{2q}^{\infty}\frac{g(r)rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}$$

et

$$\begin{aligned}\frac{1}{q}\int_q^{2q}\frac{rdr}{\sqrt{r^2-q^2}} &= \left[\frac{1}{q}\sqrt{r^2-q^2}\right]_q^{2q}\\ &= \frac{1}{q}\sqrt{4q^2-q^2}=\sqrt{3}.\end{aligned}$$

Soit $q\le t\le 2q$ tel que $|g(r)|\le|g(t)|$ pour tout $r\in[q,2q]$. On obtient :

$$\frac{1}{q}\int_q^{2q}\frac{|g(r)|rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}\le\sqrt{3}|g(t)|\to 0$$

lorsque $q\to\infty$.
Ensuite, si $r>2q$, on a

$$\frac{r}{\sqrt{r^2-q^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{q^2}{r^2}}}<\frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Par suite,

$$\frac{1}{q}\int_{2q}^{\infty}\frac{g(r)rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}\le\frac{2}{\sqrt{3}}\int_{2q}^{\infty}|g(r)|dr$$

qui tend vers 0 lorsque q tend vers l'infini. □

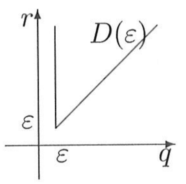
Ainsi, le membre de droite du théorème est :

$$\begin{aligned}-\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{F'(q)}{q}dq &= \frac{1}{\pi}\lim_{\varepsilon\to0}\left(\frac{F(\varepsilon)}{\varepsilon}-\int_{\varepsilon}^{\infty}\frac{F(q)}{q^2}dq\right)\\ &= \frac{2}{\pi}\lim_{\varepsilon\to0}\left(\frac{1}{\varepsilon}\int_{\varepsilon}^{\infty}\frac{\bar{f}(r)rdr}{\sqrt{r^2-\varepsilon^2}}-\int_{\varepsilon}^{\infty}\frac{dq}{q^2}\int_q^{\infty}\frac{\bar{f}(r)rdr}{\sqrt{r^2-q^2}}\right).\end{aligned}$$

On va intervertir les intégrales sur r et q dans la dernière ci-dessus ; elle est égale à

$$\int\int_{D(\varepsilon)}\frac{\bar{f}(r)rdrdq}{q^2\sqrt{r^2-q^2}},$$

où $D(\varepsilon)=\{(q,r)\mid\varepsilon\le q\ ,q\le r\}$.



Elle est donc égale à

$$\int_\varepsilon^\infty \left(\int_\varepsilon^r \frac{dq}{q^2\sqrt{r^2-q^2}} \right) \bar{f}(r) r dr.$$

Calculons maintenant $\displaystyle\int_\varepsilon^r \frac{dq}{q^2\sqrt{r^2-q^2}}$ en effectuant le changement de variable $q = r\sin(\theta)$, de sorte que $dq = r\cos(\theta)d\theta$, avec les bornes θ_ε et $\pi/2$, où $\sin(\theta_\varepsilon) = \dfrac{\varepsilon}{r}$.

On obtient :

$$\begin{aligned}
\int_\varepsilon^r \frac{dq}{q^2\sqrt{r^2-q^2}} &= \int_{\theta_\varepsilon}^{\pi/2} \frac{1}{r^2\sin^2(\theta) r\cos(\theta)} r\cos(\theta) d\theta \\
&= \frac{1}{r^2}\int_{\theta_\varepsilon}^{\pi/2} \frac{1}{\sin^2(\theta)} d\theta = -\frac{1}{r^2}\left[\cot(\theta)\right]_{\theta_\varepsilon}^{\pi/2} \\
&= \frac{\cot(\theta_\varepsilon)}{r^2} = \frac{\cos(\theta_\varepsilon)}{r^2\sin(\theta_\varepsilon)} \\
&= \frac{\sqrt{1-\frac{\varepsilon^2}{r^2}}}{r\varepsilon} \\
&= \frac{\sqrt{r^2-\varepsilon^2}}{r^2\varepsilon}.
\end{aligned}$$

Introduisons cela avant de prendre la limite $\varepsilon \to 0$:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\varepsilon}\int_\varepsilon^\infty \frac{\bar{f}(r) r dr}{\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} - \int_\varepsilon^\infty \frac{dq}{q^2}\int_q^\infty \frac{\bar{f}(r) r dr}{\sqrt{r^2-q^2}} &= \int_\varepsilon^\infty \bar{f}(r)\left[\frac{r}{\varepsilon\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} - \frac{\sqrt{r^2-\varepsilon^2}}{r\varepsilon}\right] dr \\
&= \int_\varepsilon^\infty \bar{f}(r)\frac{1}{r\varepsilon}\left[\frac{r^2}{\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} - \sqrt{r^2-\varepsilon^2}\right] dr \\
&= \int_\varepsilon^\infty \frac{\bar{f}(r)}{r\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} dr \\
&= \varepsilon\int_\varepsilon^\infty \frac{\bar{f}(r)}{r\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} dr.
\end{aligned}$$

En résumé, on a obtenu :

$$-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{F'(q)}{q} dq = \frac{2}{\pi}\lim_{\varepsilon\to 0} \varepsilon\int_\varepsilon^\infty \frac{\bar{f}(r)}{r\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} dr.$$

Il ne reste plus qu'à montrer :

$$\lim_{\varepsilon\to 0} \varepsilon\int_\varepsilon^\infty \frac{\bar{f}(r)}{r\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} dr = \frac{\pi}{2}\bar{f}(0).$$

On effectue d'abord le changement de variable $r = \varepsilon t$:

$$\begin{aligned}
\varepsilon\int_\varepsilon^\infty \frac{\bar{f}(r)}{r\sqrt{r^2-\varepsilon^2}} dr &= \varepsilon\int_1^\infty \frac{\bar{f}(\varepsilon t)}{\varepsilon t\varepsilon\sqrt{t^2-1}} \varepsilon dt \\
&= \int_1^\infty \frac{\bar{f}(\varepsilon t)}{t\sqrt{t^2-1}} dt
\end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}
\lim_{\varepsilon\to 0} \varepsilon \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{\bar{f}(r)}{r\sqrt{r^2-\varepsilon^2}}dr &= \lim_{\varepsilon\to 0} \int_{1}^{\infty} \frac{\bar{f}(\varepsilon t)}{t\sqrt{t^2-1}}dt \\
&= \int_{1}^{\infty} \frac{\lim_{\varepsilon\to 0} \bar{f}(\varepsilon t)}{t\sqrt{t^2-1}}dt \\
&= \int_{1}^{\infty} \frac{\bar{f}(0)}{t\sqrt{t^2-1}}dt = \bar{f}(0) \int_{1}^{\infty} \frac{1}{t\sqrt{t^2-1}}dt.
\end{aligned}$$

On calcule enfin $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{1}{t\sqrt{t^2-1}}dt$ en faisant le changement de variable $t = \dfrac{1}{\cos(u)}$ donc $dt = \dfrac{\sin(u)}{\cos^2(u)}du$, et $u = 0$ pour $t = 1$, $u \to \pi/2$ pour $t \to \infty$:

$$\begin{aligned}
\int_{1}^{\infty} \frac{1}{t\sqrt{t^2-1}}dt &= \int_{0}^{\pi/2} \frac{1}{\frac{1}{\cos(u)}\sqrt{\frac{1}{\cos^2(u)}-1}} \frac{\sin(u)}{\cos^2(u)}du \\
&= \int_{0}^{\pi/2} du = \frac{\pi}{2}.
\end{aligned}$$

4 Deuxième étape

Pour $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ fixé, posons

$$f_{(x_0,y_0)}(x, y) = f(x + x_0, y + y_0),$$

de sorte que $f(x_0, y_0) = f_{(x_0,y_0)}(0, 0)$. Pour établir la formule du théorème, montrons d'abord :

$$\hat{f}_{(x_0,y_0)}(p, \varphi) = \hat{f}(x_0 \cos(\varphi) + y_0 \sin(\varphi) + p, \varphi).$$

En effet,

$$\hat{f}(x_0 \cos(\varphi) + y_0 \sin(\varphi) + p, \varphi) =$$

$$\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{+\infty} f((p + x_0 \cos(\varphi) + y_0 \sin(\varphi)) \cos(\varphi) - s \sin(\varphi), \\
&\qquad (p + x_0 \cos(\varphi) + y_0 \sin(\varphi)) \sin(\varphi) + s \cos(\varphi))ds \\
= &\int_{-\infty}^{+\infty} f(p \cos(\varphi) - s \sin(\varphi) + x_0 \cos^2(\varphi) + y_0 \sin(\varphi) \cos(\varphi), \\
&\qquad p \sin(\varphi) + s \cos(\varphi) + x_0 \cos(\varphi) \sin(\varphi) + y_0 \sin^2(\varphi))ds \\
= &\int_{-\infty}^{+\infty} f(p \cos(\varphi) - (s + x_0 \sin(\varphi) - y_0 \cos(\varphi)) \sin(\varphi) + x_0, \\
&\qquad p \sin(\varphi) + (s + x_0 \sin(\varphi) - y_0 \cos(\varphi)) \cos(\varphi) + y_0)ds \\
= &\int_{-\infty}^{+\infty} f(p \cos(\varphi) - s' \sin(\varphi) + x_0, p \sin(\varphi) + s' \cos(\varphi) + y_0)ds' \\
= &\int_{-\infty}^{+\infty} f_{(x_0,y_0)}(p \cos(\varphi) - s' \sin(\varphi), p \sin(\varphi) + s' \cos(\varphi))ds' \\
= &\ \hat{f}_{(x_0,y_0)}(p, \varphi).
\end{aligned}$$

On obtient alors :

$$\begin{aligned} F(x_0, y_0, q) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \hat{f}(x_0\cos(\varphi) + y_0\sin(\varphi) + q, \varphi)d\varphi \\ &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \hat{f}_{(x_0,y_0)}(q, \varphi)d\varphi \end{aligned}$$

d'où finalement

$$-\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{F'(x_0, y_0, q)}{q}dq = f_{(x_0,y_0)}(0,0) = f(x_0, y_0).$$

5 Application : le scanner

On considère une tranche (très mince) d'épaisseur Δl de substance homogène sur cette largeur, de densité $f(l)$ (dans des unités convenables). On constate expérimentalement que si on envoie un faisceau de rayons X contre cette tranche, si I_{in} désigne l'intensité du rayon incident et I_{out} celle du rayon qui en sort, alors la différence $\Delta I = I_{in} - I_{out}$ satisfait :

$$\Delta I = I_{in} f(l)\Delta l.$$

Considérons maintenant une masse de largeur L non nécessairement homogène, dont la densité est donnée par une fonction $f(l)$ pour $0 \le l \le L$. En intégrant, on obtient :

$$\begin{aligned} -\int_{I_0}^{I_f} \frac{dI}{I} &= \int_0^L f(l)dl \\ &= -\ln(I_f/I_0) = \ln(I_0/I_f). \end{aligned}$$

Donc

$$\ln(I_0/I_f) = \int_0^L f(l)dl.$$

Ainsi, si la densité d'un matériau à une niveau donné au point (x, y) est $f(x, y)$, lorsqu'on envoie un mince faisceau de rayons X d'intensité entrante I_0 le long de la droite $d(p, \varphi)$, en mesurant l'intensité sortante $I(p, \varphi)$, cela permet de connaître $\hat{f}(p, \varphi)$. En effectuant de nombreuses mesures en faisant varier les variables (p, φ), on obtient une approximation de $\hat{f}$ qui permet de calculer F, puis finalement f, par la transformée de Radon.

Lycée cantonal de Porrentruy, Place Blarer-de-Wartensee 2, CH-2900 Porrentruy,
paul.jolissaint@jura.ch

Institut für Unterrichtsfragen und Lehrerfortbildung Basel (ULEF)
Zentrale Fachkonferenz Mathematik der oberen Schulen Basel

Einladung zum

24. Basler Kolloquium für Mathematiklehrkräfte

Vier Vorträge zur Fortbildung der Mathematiklehrer und –lehrerinnen an oberen Schulen und für weitere an Mathematik, ihrer Geschichte und ihren Anwendungen Interessierte

Mittwoch, 02. Nov. 2005 **Dr. Adolf Schnyder, Therwil:**
Plausch mit Fibonacci-Zahlen

Das Erforschen mathematischer Wahrheiten beruht bekanntlich auf zwei Künsten: der Kunst etwas zu entdecken, und der Kunst, etwas zu beweisen.

Wir werden im Vortrag zeigen, dass es auch im Gebiet der **Fibonacci-Zahlen** eine Fülle reizender Aufgaben gibt,bei deren Bearbeitung die Schülerinnen und Schüler Sachverhalte selber entdecken und beweisen können.

Mittwoch, 09. Nov. 2005 **Dr. Baoswan Dzung Wong, Wettingen:**
Bézierkurven, Morphing und Inbetweening als Anwendung der Interpolation

Der Anblick grafischer Erzeugnisse, gemorphter oder animierter Bilder versetzt uns in eine Welt der Illusion, indem sie uns die eingefangene Stimmung im stillen oder bewegten Bild erleben lässt. Erzeugt werden diese Bilder oft von Künstlern am Computer. Dahinter stecken mathematisch gesehen nichts anderes als lineare Interpolationen. Der Vortrag handelt hauptsächlich von einer Klasse von mathematischen Kurven und Flächen, die von Ingenieur Pierre Bézier und anderen für die Automobilindustrie erfunden worden sind und die dessen Namen tragen. Als Ausblick wird auf die Rolle der Interpolation für das Inbetweening im Trickfilm und das Morphing beim Verändern von Bildern eingegangen.

Mittwoch, 16. Nov. 2005 **Moritz Adelmeyer, Zürich:**
Wie Aktien und Optionen den Mathematikunterricht bereichern können

Eine Aktie ist ein Beteiligungspapier an einem Unternehmen. Eine Option ist ein Recht, ein bestimmtes Gut, zum Beispiel eine Aktie, in einem zukünftigen Zeitpunkt zu einem heute festgelegten Preis kaufen oder verkaufen zu dürfen.

Die Mathematik rund um Aktien und Optionen ist interessant, reichhaltig und in den Grundzügen für Gymnasiasten zugänglich. Das wird im Vortrag an einigen Beispielen aufgezeigt. Angesprochen werden unter anderem die Analyse von Aktienkursen mit einfachen statistischen Methoden und die Berechnung von gerechten Optionspreisen mit mathematischen Modellen, für deren Entwicklung 1997 der Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften verliehen wurde.

Spekulationen mit Aktien und Optionen haben den Vortragenden zwar nicht reich gemacht, dafür aber seinen Mathematikunterricht bereichert.

Mittwoch, 23. Nov. 2005 **Prof. Marcel Steiner, FHBB Muttenz:**
Ist das Öffnen eines Notenständers trivial?

Haben Sie sich beim Öffnen eines Notenständers auch schon gewundert, als dessen Gestänge mit spontaner Biegung reagierte? Zugegeben, dies ist eine etwas beklemmende Frage. Nach einer derartigen mechanischen Beanspruchung des filigranen Notenständers ist es durchaus im Bereiche des Möglichen, dass dieser kaum mehr als solcher Verwendung findet. Deshalb erstaunt es nicht, wenn Musiker ihren Notenständer lieber offen stehen lassen. Manchmal behaupten sie, es sei der Ästhetik wegen, in Wirklichkeit fürchten sie wohl, ihn zu verbiegen. Dass das sachgemässe Öffnen eines Notenständers aber keine Frage des Zufalls bleiben muss, möchte ich Ihnen im Vortrag etwas näherbringen. Um das Phänomen zu untersuchen, betrachten wir den Realisierungsraum des Notenständers, welcher als spezieller Gelenkmechanismus in der Ebene aufgefasst werden kann.

Die Vorträge finden jeweils um 17.15 Uhr im grossen Hörsaal des Mathematischen Instituts der Universität Basel, Rheinsprung 21, statt.

Ab 16.30 Uhr gemütliches Beisammensein beim Tee im 1. Untergeschoss.
Keine Anmeldung nötig
Organisator: Peter Dubach, Holeerain 7, 4102 Binningen
(Tel [0041] 061 422 05 73, Email: pdubach@bluewin.ch)

ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Ecole polytechnique fédérale de Zurich
Politecnico federale di Zurigo

Professur für Informationstechnologie
und Ausbildung

Juraj Hromkovi□

Open Class «Sieben Wunder der Informatik»

Die Vorträge finden jeweils an einem Mittwoch von 18:00 Uhr bis 19:30 Uhr im Hörsaal A36 des IFW-Gebäudes der ETH Zürich statt.

Alle Informationen sind unter www.openclass.inf.ethz.ch zu finden.

Offen für alle

Die Professur für Informationstechnologie und Ausbildung des Departements Informatik der ETH Zürich bietet im Wintersemester 05/06 mit Open Class eine neue Veranstaltungsreihe für die Öffentlichkeit an. Open Class richtet sich an alle Interessierten ab 15 Jahren, insbesondere auch an Lehrpersonen und Schulklassen. An elf Abenden nimmt ETH-Professor Juraj Hromkovi□ die Teilnehmenden mit auf eine Reise durch die faszinierende Welt der Informatik als Wissenschaft. Open Class bietet für besonders Interessierte eine aktive Teilnahme. Sie können selbst Aufgaben lösen und damit das Gehörte zu Hause ausprobieren. Die eingereichten Lösungen werden individuell korrigiert. Teilnehmerinnen und Teilnehmer, die mindestens die Hälfte der Aufgaben korrekt gelöst haben, erhalten eine Urkunde und ein kleines Geschenk.

Überraschendes und Faszinierendes zur Informatik

Die Informatik wird nicht selten als reine Ingenieurwissenschaft angesehen und ausschliesslich mit der Nutzung von Computern in Verbindung gebracht. Open Class «Sieben Wunder der Informatik» zeigt, dass Informatik als Grundlagenforschung viel mehr ist, nämlich eine interdisziplinäre Naturwissenschaft ähnlich der Physik. So studieren Informatikerinnen und Informatiker die allgemeinen Kategorien der Wissenschaft wie Determiniertheit, Zufall, Wissen, Sprache, Information, Methode, Algorithmus, Wahrheit, Unwahrheit, Beweis und Kommunikation. Sie erforschen dabei die Grenzen des automatisch Machbaren und die quantitativen Gesetze der Informationsverarbeitung. So hat die Informatik die Sprache der Wissenschaften um neue Grundbegriffe bereichert und dadurch massgeblich zu ihrer Entwicklung beigetragen.

Elf Abende an der ETH Zürich

An elf Mittwochabenden erfahren die Teilnehmenden von «Sieben Wunder der Informatik» an der ETH Zürich auf unterhaltsame Weise mehr zu diesem theoretischen und interdisziplinären Aspekt der Informatik. Sie erleben die Informatik als Wissenschaft, die Wunder hervorbringen kann – faszinierende Resultate und Methoden, an deren Existenz man nicht geglaubt hatte, mit unerwarteten Wendungen beim Lösen von Problemen und spektakulären Entdeckungen.

Start am 26.10.2005

Ort/Zeit: Jeweils mittwochs, um 18 Uhr, ETH Zürich, Gebäude IFW A36

Elf Abende an der ETH Zürich:

26.10.2005 Eine kurze Geschichte der Informatik, oder: Warum Informatik nicht nur ein Führerschein zur Computerbenutzung ist.

02.11.2005 Algorithmik, oder: Was hat Programmieren mit Kuchenbacken gemeinsam?

09.11.2005 Unendlich ist nicht dasselbe wie unendlich, oder: Warum die Unendlichkeit in der Informatik so unendlich wichtig ist.

16.11.2005 Berechenbarkeit, oder: Warum gibt es Aufgaben, die ein durch Programme gesteuerter Rechner nie lösen kann?

23.11.2005 Komplexitätstheorie, oder: Was kann man tun, wenn die gesamte Energie des Universums zum Rechnen nicht ausreicht?

30.11.2005 Über die Rolle des Zufalls in der Natur, oder: Wie man durch zufallsgesteuerte Programme billionenmal schneller ans Ziel kommt.

07.12.2005 Kryptographie, oder: Wie man aus Schwächen Stärken macht.

14.12.2005 Bio-Rechner, oder: Wie DNA-Moleküle die Arbeit jedes Rechners nicht nur nachahmen, sondern auch beschleunigen können.

11.01.2006 Quantenrechner, oder: Die wunderbaren Möglichkeiten, die uns Rechnen in der Mikrowelt nach den Gesetzen der Quantenmechanik bietet.

18.01.2006 Online-Algorithmen, oder: Wie man gute Entscheidungen für die Zukunft treffen kann, ohne die Zukunft zu kennen.

25.01.2006 Algorithmische Optimierung in der Physik, oder: Ein Konzept zur Erklärung der Wirkung homöopathischer Arzneimittel.

Leserbrief

Erst kommt der Taschenrechner, *dann* die Quantenphysik!

Zum Bulletin des VSMP vom Juni 2005: Beiträge auf den Seiten 19 und 35

Ich habe, was aus Zeitmangel leider nur selten vorkommt, dieses Bulletin *ganz* und in *einem* Durchgang gelesen. Darum stelle ich im Folgenden vielleicht Zusammenhänge an Orten her, wo andere gar keine Zusammenhänge sehen oder sehen wollen.

Kollege Eric Lindemann (Seite 19) beschreibt, wie er seinen Physikunterricht zweimal neu organisiert hat. Aus seinen Zeilen liest man einiges an Enttäuschung heraus, wenn er schildert, wie er in einem ersten Schritt vor über zehn Jahren seinen Physikunterricht für Nicht-MN-Profil-Klassen konsequent auf kulturelle und historische Aspekte der Physik ausgerichtet und möglichst stark von mathematischem „Ballast" befreit hat. Dass er dabei erfolgreich war, zeigt die Tatsache, dass das Ergebnis auch in Buchform publiziert wurde.
Nun stiess er in den letzten Jahren mit diesem Stil an unerwartete, neue Grenzen: Er stellte ein wachsendes kulturelles Desinteresse, abnehmende Lese- und Verständniskapazität, usw. fest, wobei er die Gründe sowohl in der Gesellschaft als auch in der Schule selber lokalisiert.
Konsequenterweise hat er den Stoff neu überarbeitet: Er ist jetzt viel elementarer und beschreibender, legt Wert auf den Erwerb und das Trainieren von Grundfertigkeiten, von denen er nie gedacht hätte, dass das einmal Sache des gymnasialen Physikunterrichts sein würde: Bedienung des Taschenrechners; Schreiben von Zahlen; Zehnerpotenzen; Proportionen; Prozentrechnen; usw. Offenbar war diese „Revision" für die grosse Mehrheit seiner Schülerinnen und Schüler dringend nötig.

Kollege Lindemann betont, dass er diese Korrekturen nur sehr ungern vorgenommen hat; dass sie ihm aber aufgezwungen wurden durch Lernende, die vor allem im Bereich ihrer Fertigkeiten und sprachlichen Ausdrucksmöglichkeiten über sehr geringe Ressourcen verfügen. Gleichzeitig spricht er ihnen aber eine positive Grundeinstellung und ein beträchtliches Interesse zu. Zum Schluss folgen zwei ziemlich bittere Sätze: „Es heisst immer wieder, das Niveau sinke nicht wirklich, unsere Schülerinnen und Schüler hätten einfach andere, neue Kompetenzen. Aber welche denn?! Und wenn das wirklich stimmt: Hilft ihnen das auf ihrem Weg durch die Berufs- oder Hochschul-Ausbildung?"

Ich lasse dieses „Klagelied", das sich mit meinen eigenen Erfahrungen ziemlich deckt, einmal stehen und gehe zur Buchrezension auf Seite 35 über: Kollege Fritz Kubli bespricht das Buch „Didaktik des Physikunterrichts" von Jörg Willer. Ich äussere mich hier weder negativ zur Rezension noch zum Buch als solchem; ich greife nur den Satz heraus: „Ein Schwerpunkt des Buches ist das Thema Quantenphysik." Offensichtlich kann man sich „trefflich streiten", welches der bessere Zugang zur Quantenphysik auf der Sekundarstufe 2 ist: Der historische Zugang, direkt über die Elektronenbeugung oder „anschaulich" nach dem Bremer Konzept?

Vor dem Hintergrund des obigen „Klagelieds" scheint mir diese Diskussion, etwas verkürzt gesagt, ein „Streit um des Kaisers Bart": Kann und soll man Schülerinnen und Schülern Quantenphysik vermitteln, die den Betrag der Ruhemasse des Elektrons nicht fehlerfrei in den Taschenrechner eintippen, den Namen „de Broglie" nicht fehlerfrei schreiben und lesen und Nanometer nicht in Millimeter umrechnen können?!

Ich will hier weder mit simplen Schuldzuweisungen noch mit einfachen Lösungsvorschlägen aufwarten: Die Sache ist ziemlich komplex. Mir scheint aber, dass wir „Mittelschullehrpersonen" uns *alle viel* stärker um bildungspolitische Fragestellungen (Maturitätsreform; Stundentafeln; Schnittstelle Gymnasium-Hochschule; Selektion; Alternativen zur akademischen Ausbildung; usw.) kümmern sollten. Wenn Brecht sagt: „Erst kommt das Fressen, *dann* die Moral", dann meine ich: „Erst kommt der Taschenrechner, *dann* die Quantenphysik!".

Dieter Kuhn, dipl phys; NDS Umweltlehre 3. August 2005

Impressum

Herausgeber – *Éditeur*
VSMP / SSPMP / SSIMF

Korrespondenz – *Correspondance*
Wolfgang Pils
Bergstr. 48
8424 Embrach
wolfgang.pils@bluewin.ch
Tel. 044 881 75 65

Layout und Publikationsadresse
– *Mise en page et adresse de remise des articles*
Jean-Luc Barras
Es Novallys 224
1628 Vuadens
jeanluc.barras@postmail.ch
Tél. 026 912 98 24

Inserateverwaltung – *Publicité*
Urs Zimmermann
Sunnenhalden 17
8184 Bachenbülach
uzimmermann@kzu.ch
Tel. 044 872 31 31

Adressänderung – *Changement d'adresse*
VSMP Mitglieder – *Membres de la SSPMP*
VSG – SSPES – SSISS
Sekretariat, Postfach 8742
3001 Bern
Abonnenten die nicht Mitglieder der VSMP sind
Wolfgang Pils
Bergstr. 48
8424 Embrach
wolfgang.pils@bluewin.ch
Tel. 044 881 75 65

Druck und Versand – *Imprimerie*
Niedermann Druck AG
Rorschacherstrasse 290
9016 St. Gallen

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)
– *Délais de rédaction (date de parution)*

Nr. 100	31.12.2005 (20.02.2006)
Nr. 101	30.04.2006 (20.06.2006)
Nr. 102	31.08.2006 (20.10.2006)

Präsident VSMP – SSPMP – SSIMF
Claudio Beretta
Via Cantonale
6653 Verscio
claudio.beretta@ticino.com
Tel. 091 796 18 71

Deutschschweizerische Mathematikkommission
Hansjürg Stocker
Friedheimstrasse 11
8820 Wädenswil
hjstocker@bluewin.ch
Tel. 044 780 19 37

Deutschschweizerische Physikkommission
Martin Lieberherr
Oerlikonerstrasse 9
8057 Zürich
lieberhm@mng.ch
Tel. 044 313 02 25

Commission Romande de Mathématique
Eugène Pasquier
Prachaboud
1661 Le Pâquier-Montbarry
eu.pasquier@bluewin.ch
Tél. 026 912 51 26

Commission Romande de Physique
Philippe Drompt
Rue des Tilles 23
2603 Péry
drompt@swissonline.ch
Tél. 032 485 11 09

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana (CMSI)
Arno Gropengiesser
Via Vincenzo d'Alberti 13
6600 Locarno
groppi@bluewin.ch
Tél. 091 751 14 47

Bestimmungen für Inserate und Beilagen
– *Tarifs pour les annonces et les annexes*

Ganzseitige Inserate	Fr. 500.–
Halbseitige Inserate	Fr. 300.–
Beilagen bis 20 g	Fr. 500.–
Beilagen über 20 g	Nach Vereinbarung

Auflage – *Tirage*
900. Erscheint dreimal jährlich.

Internet-Adressen – Adresses Internet

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch